
## Über das Kursbuch

In diesem Kursbuch findest du zu jedem Abi-relevanten Thema entsprechende Merkregeln, Rezepte und zahlreiche Übungsaufgaben. Viele der Aufgaben sind mit Abi★★ gekennzeichnet. Ein bis drei Sterne deuten dabei den Schwierigkeitsgrad der Aufgaben an. Das Taschenrechnersymbol 🖩 zeigt an, bei welchen Aufgaben ein grafikfähiger Taschenrechner zwingend erforderlich ist. Die Lösungen aller Aufgaben sind am Ende des Buches abgedruckt. Inhalte und Aufgaben, die nur für den Leistungskurs relevant sind, haben wir gekennzeichnet.

## Schreibe uns

Hast du Hinweise, Kritik oder Anmerkungen zu unserem Kursbuch, dann freuen wir uns über eine Email von dir. Wir haben auch sonst ein offenes Ohr für dich. Solltest du vor, während oder nach dem Kurs ein Anliegen haben, wende dich einfach direkt an deine*n Kursleiter*in oder schicke uns eine E-Mail an **info@abiturma.de**.

## Viel Erfolg

Wir alle wünschen dir viel Erfolg beim Kurs, dem bevorstehenden Mathe-Abitur und auf deinem zukünftigen Lebensweg.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| Aaron | Alex | Christiane | Cora-Lis | David |
| Dr. Aaron Kunert | Alex Bückner | Christiane Schulz | Cora-Lis Grießhaber | David Ewert |
| Eileen | Maya | Rebecca | Rick | |
| Eileen George | Maya Biersack | Rebecca Arndt | Rick Kummerow | |

# Inhaltsverzeichnis

## Stochastische Matrizen 161



## Stochastik 177

**Rezept zum Lösen eines Nullprodukts**

Gesucht sind die Lösungen der Gleichung

$$(x^2 - 4) \cdot (x - 3) = 0.$$

Es kann der Satz vom Nullprodukt angewandt werden: Ein Produkt ist genau dann Null, wenn mindestens einer der Faktoren Null ist. Die Lösungen der Gleichung sind damit gegeben durch die Lösungen der Gleichungen

$$x^2 - 4 = 0 \quad \text{und} \quad x - 3 = 0,$$

also

$$x^2 - 4 = 0 \iff x_1 = -2, \quad x_2 = 2$$
$$x - 3 = 0 \iff x_3 = 3$$

Die Lösungsmenge der Gleichung ist also gegeben durch $\mathcal{L} = \{-2; 2; 3\}$.

**Aufgabe 10 – Abi★**

Bestimme jeweils die Lösungsmenge der folgenden Gleichungen:

(a) $(x^2 - 9) \cdot (x + 5) = 0$

(b) $(x^2 - 4x + 2) \cdot (x + 3) = 0$

(c) $(x^2 + x + 4) \cdot (x^4 - 81)^2 = 0$

(d) $e^{\frac{1}{2}x} \cdot \left(\frac{1}{2}x + 2\right) = 0$

## 2.4 Gleichungen mit „$x$ in jedem Summanden“

**Quickstart Gleichung mit „$x$ in jedem Summanden“**

- ➤ Beispiel: $x^4 + 2x^3 + 10x^2 = 0$
- Erkennungsmerkmal: In jedem Summanden tritt eine Potenz von $x$ auf.
- Lösungsmethode: Höchste gemeinsame Potenz von $x$ ausklammern, dann Satz vom Nullprodukt anwenden.

### 2.4.1 Erkennen von Gleichungen mit „$x$ in jedem Summanden“

**Was ist eine Gleichung mit „$x$ in jedem Summanden“?**

Das Erkennungsmerkmal für eine Gleichung mit „$x$ in jedem Summanden“ ist: Jeder Summand enthält eine Potenz von $x$.

**Beispiel:** Die folgenden Gleichungen sind vom Typ „$x$ in jedem Summanden“:

$$7x^2 + 3x^5 + 43x = 0$$
$$15x^3 + 25x + 16x^5 = 0$$
$$423x^4 + 356x^3 + 55x^2 = 0$$

### 2.4.2 Lösen von Gleichungen mit „$x$ in jedem Summanden"

**Höchste gemeinsame Potenz ausklammern**

Falls eine Gleichung eine Gleichung mit „$x$ in jedem Summanden" ist, kann die höchste Potenz von $x$ ausgeklammert werden. Dann erhält man wieder eine Produktgleichung.

**Rezept zum Lösen einer Gleichung mit „$x$ in jedem Summanden"**

Bestimme die Lösungen der Gleichung

$$x^4 + 3x^3 = 0.$$

Dies ist eine Gleichung mit „$x$ in jedem Summanden", denn : In der Gleichung treten lediglich Summanden auf, die Potenzen von $x$ enthalten.

**Schritt 1:** Höchste Potenz von $x$ ausklammern Die höchstmögliche Potenz ist $x^3$, damit kann $x^3$ ausgeklammert werden:

$$x^3 \cdot (x + 3) = 0.$$

**Schritt 2:** Satz vom Nullprodukt anwenden:

$$\begin{aligned} x^3 \cdot (x + 3) = 0 \quad &\iff \quad x_1 = 0 \quad \text{oder} \quad x_2 + 3 = 0 \\ &\iff \quad x_1 = 0 \quad \text{oder} \quad x_2 = -3. \end{aligned}$$

Es folgt also $\mathcal{L} = \{0; -3\}$.

**Aufgabe 11 – Abi★**

Bestimme jeweils die Lösungsmenge der entsprechenden Gleichung.

(a) $12x^2 - 24x = 0$

(b) $\frac{1}{3}x^3 - \frac{4}{3}x = 0$

(c) $20x^3 - 180x^2 = 0$

(d) $8x^2 - 3x^4 = -2x^3$

## 2.5 Exponentialgleichungen

**Was ist eine Exponentialgleichung?**

Eine Exponentialgleichung ist eine Gleichung in der ausschließlich Exponentialterme und Zahlen vorkommen.

**Beispiel:** Die folgenden Gleichungen sind Exponentialgleichungen:

$$\begin{aligned} e^{8x} + 7e^{4x} - 8 &= 0 \\ e^{8x} + 7e^{4x} - e^{3x} &= 0 \\ e^{10x} + 9e^{7x} &= 0. \end{aligned}$$

### Welche Typen von Exponentialgleichungen gibt es?

- Typ 1: Es tauchen nur Potenzen von e mit gleichem Exponenten auf. Zum Beispiel:
  $$e^{3x-1} + 2 = 4 - e^{3x-1}.$$
- Typ 2: Es tauchen ausschließlich Potenzen von e mit unterschiedlichen Exponenten auf, aber dafür keine Zahlen. Zum Beispiel:
  $$3e^{2x} - 4e^{5x} = 0.$$
- Typ 3: Es tauchen genau zwei unterschiedliche Potenzen von e auf (einer der beiden Exponenten ist das Doppelte des anderen Exponenten). Zum Beispiel:
  $$e^{2x} - 5e^{x} = 36.$$

### Quickstart Exponentialgleichung Typ 1

- BEISPIEL: $e^{24x-12} = 1$.
- ERKENNUNGSMERKMAL: Es tauchen nur Potenzen von e mit gleichem Exponenten auf.
- LÖSUNGSMETHODE: Isolieren des Exponentialterms und anschließendes Logarithmieren.

### Rezept zum Lösen einer Exponentialgleichungen vom Typ 1

Bestimme die Lösungen der Gleichung

$$5e^{2x+1} - 3 = 3e^{2x+1} + 1.$$

Es handelt sich um eine Exponentialgleichung vom Typ 1, denn : Es tauchen nur Potenzen von e mit gleichem Exponenten und Zahlen auf.

**Schritt 1:** Exponentialterm isolieren:

$$\begin{aligned} 5e^{2x+1} - 3 &= 3e^{2x+1} + 1 \\ \Longleftrightarrow \quad 2e^{2x+1} &= 4 \\ \Longleftrightarrow \quad e^{2x+1} &= 2. \end{aligned}$$

**Schritt 2:** Gleichung logarithmieren:

$$\ln\left(e^{2x+1}\right) = \ln(2) \quad \Longleftrightarrow \quad 2x + 1 = \ln(2).$$

**Schritt 3:** Nach $x$ auflösen:

$$x = \frac{\ln(2) - 1}{2}.$$

Die Lösungsmenge der Gleichung ist damit gegeben durch: $\mathcal{L} = \left\{\frac{\ln(2)-1}{2}\right\}$

### Aufgabe 12 – Abi*

Bestimme jeweils die Lösungsmenge der folgenden Gleichungen:

(a) $6e^{2x+1} - 8 = 4 - e^{2x+1}$

(b) $2e^{x^2-4} = e^{x^2-4} + 1$

### Quickstart Exponentialgleichung Typ 2

- ➤ BEISPIEL: $7e^{18x} + 3e^{7x} = 0$.
- ERKENNUNGSMERKMAL: Es tauchen ausschließlich Potenzen von e mit unterschiedlichen Exponenten auf, dafür aber keine Zahlen.
- LÖSUNGSMETHODE: Potenz mit dem kleinsten Exponenten ausklammern und anschließend Satz vom Nullprodukt anwenden.

### Rezept zum Lösen einer Exponentialgleichungen vom Typ 2

Bestimme die Lösungen der Gleichung

$$4e^{3x} = 2e^{5x}.$$

Es handelt sich um eine Exponentialgleichung vom Typ 2, denn : Es tauchen ausschließlich Potenzen von e mit unterschiedlichen Exponenten auf, aber dafür keine Zahlen.

**Schritt 1:** Alle Terme auf eine Seite bringen:

$$2e^{5x} - 4e^{3x} = 0.$$

**Schritt 2:** Potenz mit dem niedrigsten Exponenten ausklammern:

$$e^{3x} \cdot \left(2e^{2x} - 4\right) = 0.$$

**Schritt 3:** Satz vom Nullprodukt anwenden:

$$e^{3x} = 0 \quad \text{oder} \quad 2e^{2x} - 4 = 0.$$

**Schritt 4:** Bestimmung der Lösungsmengen der beiden Gleichungen:

- ➤ Die Gleichung $e^{3x} = 0$ besitzt keine Lösung.
- ➤ Für die zweite Gleichung gilt:

$$\begin{aligned} 2e^{2x} - 4 = 0 \quad &\Longleftrightarrow \quad e^{2x} = 2 \\ &\Longleftrightarrow \quad x = \frac{1}{2}\ln(2). \end{aligned}$$

Die Lösungsmenge der Gleichung ist $\mathcal{L} = \left\{\frac{1}{2}\ln(2)\right\}$

### Aufgabe 13 – Abi*

Bestimme jeweils die Lösungsmenge der folgenden Gleichungen.

(a) $e^{4x} = e^{3x}$

(b) $e^{2x+2} = e^{x}$

(c) $e^{x^2+2x-4} = 4e^{2x}$

## 3.2 Ganzrationale Funktionen

**Merke**

Die **Standardform** einer ganzrationalen Funktion $f$ ist gegeben durch:

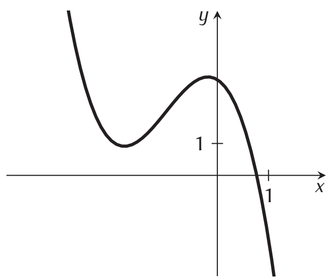
$$f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \ldots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0.$$

- Ganzrationale Funktionen heißen auch **Polynome**.
- Die höchste auftretende Potenz $n$ heißt **Grad** der Funktion $f$.
- Eine ganzrationale Funktion vom Grad $n$ hat höchstens $n$ Nullstellen.

Tipp: Um das Verhalten im Unendlichen zu untersuchen, muss lediglich der Term mit der höchsten Potenz herangezogen werden (Vorzeichen beachten).

- Geht der Term gegen $+\infty$, geht $f(x)$ gegen $+\infty$.
- Geht der Term gegen $-\infty$, geht $f(x)$ gegen $-\infty$.

**Beispiel:** Die Funktion $f(x) = -x^3 - 3x^2 - x + 3$ ist eine ganzrationale Funktion vom Grad 3. Also kann $f$ maximal drei Nullstellen haben. Im Schaubild kann man erkennen, dass der Graph von $f$ genau einen Schnittpunkt mit der $x$-Achse hat und die Funktion $f$ somit genau eine Nullstelle.




Für das Verhalten im Unendlichen wird der Term der höchsten Potenz untersucht, also $-x^3$.

- Für $x \to +\infty$ geht $-x^3 \to -\infty$, also $f(x) \to -\infty$.
- Für $x \to -\infty$ geht $-x^3 \to +\infty$, also $f(x) \to +\infty$.

Das Verhalten im Unendlichen lässt sich zudem am Graphen der Funktion ablesen.

**Aufgabe 21 – Abi★**

(a) Warum ist $h(x) = (x - 2)(x - 3)(x - 4)$ eine ganzrationale Funktion?

(b) Was ist der Grad von $h$?

(c) Was sind die Nullstellen von $h$?

(d) Wie verhält sich die Funktion $h$ im Unendlichen?

**Aufgabe 22 – Abi★★**

Ordne folgende Funktionsterme den Schaubildern zu und begründe Deine Wahl:

(a) $f(x) = x^5 - x^2 + 1$

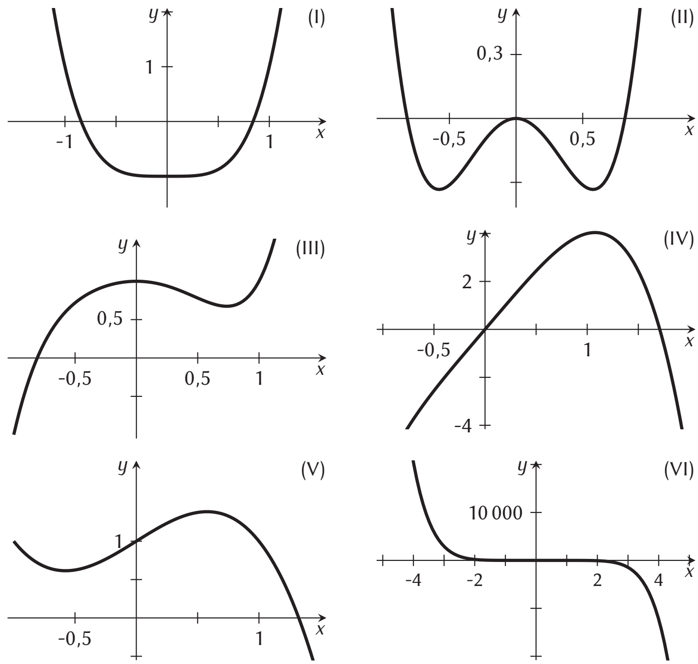
(b) $g(x) = 3x^4 - 2x^2$

(c) $h(x) = -x^3 + x + 1$

(d) $i(x) = 5x - x^4$

(e) $j(x) = -x^7 + x^6 - x$

(f) $k(x) = 2x^4 - 1$



**Aufgabe 141 – nur LK Abi★**

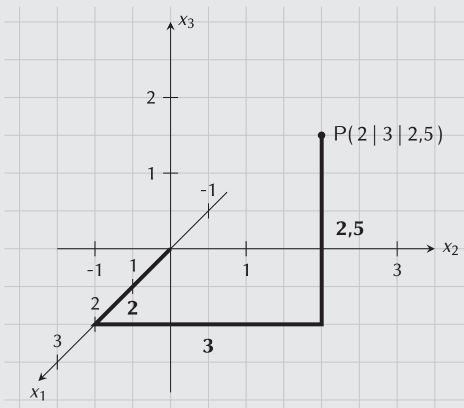
Bestimme eine Koordinaten- und eine Parameterform der folgenden Ebene:

$$E:: \begin{pmatrix} -3 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix} \circ \left( \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -2 \\ -10 \\ \frac{1}{2} \end{pmatrix} \right) = 0.$$

## 12.3 Zeichnen geometrischer Objekte

**Dreidimensionales Koordinatensystem**

Um geometrische Objekte dreidimensional darzustellen zeichnet man ein Koordinatensystem wie es in der untenstehenden Abbildung zu sehen ist. Wichtig ist dabei, dass die Einheiten auf der $x_1$-Achse kürzer sind als die auf der $x_2$- und der $x_3$-Achse.
Auf kariertem Papier bedeutet das, dass man vom Koordinatenursprung schräg nach links unten zeichnet und die erste Einheit genau auf das nächste Karokreuz macht. Die Einheiten auf der $x_2$- und der $x_3$-Achse müssen dann zwei Kästchen lang sein.
Um Punkte in das Koordinatensystem einzuzeichnen geht man nun vor wie in der Abbildung für den Punkt P( 2 | 3 | 2,5 ) dargestellt. Es werden also alle Koordinaten der Reihenfolge nach abgearbeitet.




**Beispiel: nur LK** – Um die Ebene

$$E: \; 4x_1 - 2x_2 + x_3 = 4$$

im Koordinatensystem darzustellen, bietet es sich an, die Spurpunkte zu berechnen:

- Spurpunkt $S_1$: Setze $x_2 = x_3 = 0$:

$$4x_1 - 2x_2 + x_3 = 4 \quad \Longrightarrow \quad x_1 = 1 \quad \Longrightarrow \quad S_1(1\,|\,0\,|\,0)\,.$$

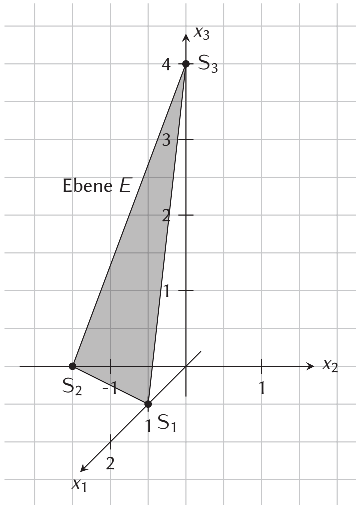
- Spurpunkt $S_2$: Setze $x_1 = x_3 = 0$:

$$4x_1 - 2x_2 + x_3 = 4 \quad \Longrightarrow \quad x_2 = -2 \quad \Longrightarrow \quad S_2(0\,|\,-2\,|\,0)\,.$$

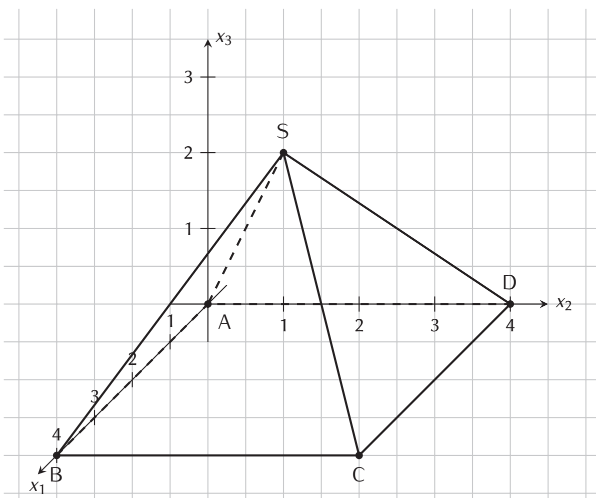
➤ Spurpunkt $S_3$: Setze $x_1 = x_2 = 0$:

$$4x_1 - 2x_2 + x_3 = 4 \quad \Longrightarrow \quad x_3 = 4 \quad \Longrightarrow \quad S_3(0\,|\,0\,|\,4)$$

Jetzt können die drei Spurpunkte in ein Koordinatensystem eingezeichnet werden. Das Dreieck $S_1S_2S_3$ visualisiert die Ebene $E$.




**Beispiel:** Eine Pyramide besitzt die Eckpunkte $A(0\,|\,0\,|\,0)$, $B(4\,|\,0\,|\,0)$, $C(4\,|\,4\,|\,0)$ und $D(0\,|\,4\,|\,0)$ sowie die Spitze $S(2\,|\,2\,|\,3)$. Wie in der Abbildung zu sehen ist, werden zunächst die gegebenen Punkte eingezeichnet und dann dem Objekt entsprechend verbunden. Nicht sichtbare Verbindungslinien werden gestrichelt dargestellt.



# 26 Hypothesentest – nur LK

## 26.1 Grundidee – nur LK

**Merke – nur LK**

Eine Hypothese $H_0$ (**Nullhypothese**) ist eine Behauptung, die aufgrund einer Beobachtung abgelehnt oder angenommen werden soll.

**Beispiel:** Folgende Aussage ist eine typische Nullhypothese.

$H_0$: Bei 70 % aller Klassenarbeiten wird abgeschrieben.

Diese Aussage kann angenommen (für wahr befunden) oder abgelehnt (für falsch befunden) werden.

**Merke – nur LK**

Bei einem Hypothesentest können folgende Konstellationen auftreten:

| | $H_0$ ist wahr | $H_0$ ist falsch |
|---|---|---|
| Das Ergebnis der Stichprobe liegt im Annahmebereich von $H_0$. | Richtige Entscheidung ($H_0$ ist wahr und die Hypothese wird angenommen.) | Falsche Entscheidung ($H_0$ ist falsch, aber die Hypothese wird angenommen.)<br>Dies entspricht einem **Fehler zweiter Art**. |
| Das Ergebnis der Stichprobe liegt im Ablehnungsbereich von $H_0$ | Falsche Entscheidung ($H_0$ ist korrekt, aber die Hypothese wird abgelehnt.)<br>Dies entspricht einem **Fehler erster Art**. | Richtige Entscheidung ($H_0$ ist falsch und die Hypothese wird abgeleht. |

**Merke – nur LK**

Bei Annahme oder Ablehnung einer Nullhypothese können zwei Arten von Fehlern auftreten:

- **Fehler 1. Art ($\alpha$-Fehler):** $H_0$ wird abgelehnt, obwohl $H_0$ richtig ist. Beispiel:
  $H_0$: Der Würfel ist fair.
  Es wird sieben Mal hintereinander eine Sechs gewürfelt. Daraufhin wird der Würfel entsorgt, weil er angeblich gezinkt ist. In Wahrheit war es aber nur Zufall.
- **Fehler 2. Art ($\beta$-Fehler):** $H_0$ wird nicht abgelehnt, obwohl $H_0$ falsch ist. Beispiel:
  $H_0$: Der Würfel ist fair.
  Bei sieben Würfen wurde zweimal die Sechs gewürfelt. Der Würfel wird behalten, obwohl er in Wahrheit gezinkt ist.

**Aufgabe 233 – nur LK**

Kathrin glaubt nicht, dass andere Personen ihre Zukunft vorhersagen können. Doch dann trifft sie auf Jack. Dieser schaut sie an und behauptet, dass sie morgen 20 Euro und einen herrenlosen Hund auf der Straße finden wird. Die Vorhersage trifft ein. Setze die Geschichte auf zwei Weisen fort, sodass Kathrin aufgrund dieses Erlebnisses einen Fehler 1. Art bzw. 2. Art macht.

**Merke – nur LK**

- Ein **Hypothesentest** ist ein standardisiertes Verfahren zur Überprüfung einer Nullhypothese $H_0$.
  - Dieser beinhaltet eine **Entscheidungsregel**, die im Vorfeld eines Experiments angibt, bei welchen Beobachtungen die Hypothese $H_0$ angenommen bzw. abgelehnt wird.
  - Das **Signifikanzniveau** ($\alpha$-Niveau) eines Hypotesentest ist dabei die Wahrscheinlichkeit eines Fehlers 1. Art.

Tipp: Bei einem Hypothesentest möchte man im Normalfall die Wahrscheinlichkeit für einen Fehler 1. Art minimieren.

**Beispiel:** Amazon behauptet, dass 90 % aller Bestellungen am nächsten Tag versendet werden. Der Verantwortliche für Qualitätssicherung möchte diese Behauptung überprüfen und geht dabei nach der folgenden Entscheidungsregel vor:

- 10 000 zufällig ausgewählte Bestellungen werden beobachtet.
- Falls davon 1050 oder weniger Bestellungen nicht am nächsten Tag versendet werden, dann ist alles in Ordnung.
- Falls 1051 oder mehr Bestellungen nicht am nächsten Tag versendet werden, dann ist die Behauptung nicht tragbar und Amazon kann die Hypothese nicht mehr geglaubt werden.

**Aufgabe 234 – nur LK**

Nachfolgend werden zwei Szenarien beschrieben. Entscheide bei jedem Szenario, ob dort im Sinne eines Hypothesentests verfahren wird und beschreibe die entsprechenden Entscheidungsregeln.

(a) Anita ist es wichtig, dass ihr zukünftiger Partner gut küssen kann. Sie weiß, dass gutes Küssen auch eine Frage der Tagesform ist. Daher nimmt sie sich Folgendes vor: Nur wenn eine Person sich in mindestens 8 von 10 Dates als guter Küsser herausstellt, kommt er für eine Partnerschaft in Frage.

(b) Einen Blick in die Zeitung werfend, findet Anita folgende Tabelle zur durchschnittlichen Temperatur der letzten Jahre im August auf Helgoland:

| Jahr | 01 | 02 | 03 | 04 | 05 |
|---|---|---|---|---|---|
| Temperatur | 19,3 °C | 20,8 °C | 21,2 °C | 21,1 °C | 22,9 °C |

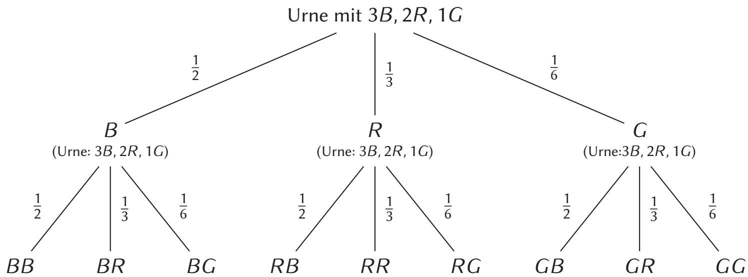
Daraufhin fühlt sich Anita in ihrer Hypothese bestätigt, dass auch in Helgoland die globale Erderwärmung stattfindet.

**Lösung 198**

In beiden Teilaufgaben soll das folgende Ereignis betrachtet werden:

$E$ : Es werden zwei verschiedenfarbige Kugeln gezogen.

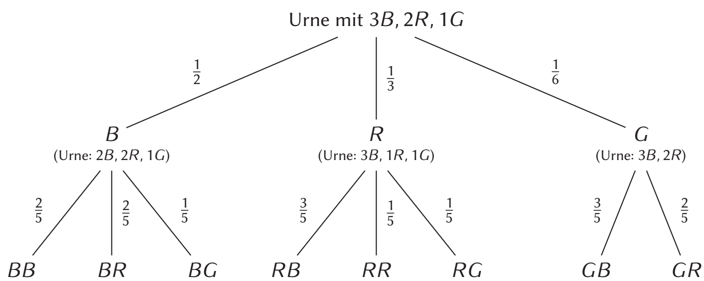
(a) Es werden nacheinander zwei Kugeln mit Zurücklegen gezogen. Das Baumdiagramm dafür sieht wie folgt aus:




Die Wahrscheinlichkeit $P(E)$ beträgt beim Ziehen mit Zurücklegen:

$$\begin{aligned} P(E) &= P(BR) + P(BG) + P(RB) + P(RG) + P(GB) + P(GR) \\ &= \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{6} + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{6} + \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{3} = \frac{11}{18}. \end{aligned}$$

(b) Es werden nacheinander zwei Kugeln ohne Zurücklegen gezogen. Das Baumdiagramm dafür sieht wie folgt aus:




Die Wahrscheinlichkeit $P(E)$ beträgt beim Ziehen ohne Zurücklegen:

$$\begin{aligned} P(E) &= P(BR) + P(BG) + P(RB) + P(RG) + P(GB) + P(GR) \\ &= \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{5} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{5} + \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{5} + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{5} + \frac{1}{6} \cdot \frac{3}{5} + \frac{1}{6} \cdot \frac{2}{5} = \frac{11}{15}. \end{aligned}$$

**Lösung 199**

Bei der Berechnung der einzelnen Wahrscheinlichkeiten in dieser Urnenaufgabe muss beachtet werden, dass die beiden zuerst gezogenen Kugeln bei der dritten Ziehung wieder zurückgelegt werden.

(a) Für das erste Eregnis gilt:

$$P(E_1) = P(SSS) + P(GGG) + P(BBB).$$

Zur Berechnung der einzelnen Wahrscheinlichkeiten wird exemplarisch $P(SSS)$ bestimmt:

$$P(SSS) = \frac{3}{10} \cdot \frac{2}{9} \cdot \frac{3}{10} = \frac{1}{50}.$$

Schließlich ergibt sich:

$$P(E_1) = \frac{1}{50} + \frac{1}{225} + \frac{1}{9} = \frac{61}{450}.$$

(b) $P(E_2) = \frac{1}{5}$.

(c) $P(E_3) = \frac{1}{225}$.

(d) $P(E_4) = P(\overline{B}BB) + P(BB\overline{B}) = \frac{1}{4}$.

**Lösung 200**

Die Kontrolle entspricht dem Ziehen aus einer Urne ohne Zurücklegen. Ein funktionstüchtiger Mikrochip wird mit $F$ bezeichnet. Ein defekter Mikrochip entspricht dann dem Gegenereignis $\overline{F}$. Die Ware wird in drei Fällen zurückgewiesen. Die Summe der dazugehörigen Wahrscheinlichkeiten dieser Fälle ergibt die gesuchte Wahrscheinlichkeit:

$$P(\overline{F}F\overline{F}) + P(\overline{F}\,\overline{F}\,F) + P(\overline{F}\,\overline{F}\,\overline{F}) \approx 0{,}071777$$

Die Wahrscheinlichkeit, dass die Ware zurückgewiesen wird, beträgt etwa 7,2 %.

**Lösung 201**

Da zwei der Kugeln von $U_2$ in $U_1$ umgelegt werden, befinden sich in $U_1$ zum Zeitpunkt der Ziehung $6 + 2 = 8$ Kugeln. Zuerst werden die Wahrscheinlichkeiten für die Ziehungen in $U_2$ berechnet. Dabei gilt beim Ziehen ohne Zurücklegen:

$$P(2S) = \frac{2}{5}$$

$$P(2W) = \frac{1}{15}$$

$$P(1S,1W) = \frac{8}{15}$$

(a) Es soll die Wahrscheinlichkeit berechnet werden, dass die gezogene Kugel grün ist: Da sich in $U_2$ keine grünen Kugeln befanden, sind zwei der acht Kugeln grün. Also gilt für die Berechnung der Wahrscheinlichkeit:

$$P(G) = \frac{1}{4}.$$

(b) Es soll die Wahrscheinlichkeit berechnet werden, dass die gezogene Kugel weiß ist: Da