

Kernfach Mathematik

Bei der Bearbeitung der Aufgabe dürfen alle Funktionen des Taschenrechners genutzt werden.

Aufgabe 4: Stochastik

Vorbemerkung: Führen Sie stets geeignete Zufallsvariablen und Namen für Ereignisse ein. Machen Sie auch Angaben über die Verteilung der jeweiligen Zufallsvariablen.

a) Im Rahmen einer Werbekampagne werden 500 zufällig ausgewählte Besucher eines Fußball-Bundesligaspiels zu ihren Ess- und Trinkgewohnheiten im Stadion befragt. 12 % der Befragten wollen sich sowohl Getränke (G) als auch Snacks (S) kaufen. 63 % der Befragten wollen sich Getränke kaufen, aber keine Snacks. 30 % der Befragten wollen sich Snacks kaufen.

- Stellen Sie den Sachverhalt durch eine geeignete Vierfeldertafel mit relativen Häufigkeiten dar.
- Berechnen Sie, wie viele Personen unter den Befragten sich weder Getränke noch Snacks kaufen wollen.
- Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass ein zufällig auszuwählender Befragter, der keine Snacks kaufen will, auch keine Getränke kaufen will.
- Unter den 500 befragten Besuchern werden 20 zufällig ausgewählt. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass sich unter diesen 20 Personen 3 oder 4 Personen befinden, die sowohl Getränke als auch Snacks kaufen möchten. Gehen Sie von einer Binomialverteilung aus.
- Erklären Sie, warum bei der vorangehenden Teilaufgabe streng genommen von einer hypergeometrischen Verteilung ausgegangen werden sollte.

(15 P)

b) Auch an den Fernsehbildschirmen wird das Fußballspiel verfolgt. In einer Wohnanlage wird in 6 von insgesamt 50 Wohnungen das Spiel angesehen. Aus den 50 Wohnungen sollen 10 zufällig ausgewählt werden.

- Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass das Spiel in genau 6 von den 10 Wohnungen gesehen wird.
- Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass das Spiel in höchstens 2 von den 10 Wohnungen gesehen wird.

(7 P)

c) Die Einschaltquote beträgt laut Angaben des Fernsehsenders mindestens 14 %. Ein konkurrierender Medienkonzern glaubt, dass dieser Anteil zu hoch angegeben ist. Erstellen Sie einen Hypothesentest mit 300 Fernsehhaushalten, der geeignet ist, die Vermutung des Medienkonzerns auf einem Signifikanzniveau von 0,5 % zu stützen.

(14 P)

Kernfach Mathematik

- d) Gegeben sei eine binomialverteilte Zufallsvariable X mit den Parametern n und p . Die Standardabweichung sei σ . Beweisen Sie folgende Aussage:

$$\text{Aus } n = (2\sigma)^2 \text{ folgt } P(X = 2) = \frac{n \cdot (n - 1)}{2^{n+1}}.$$

(Hinweis: Zeigen Sie zuerst: $n = (2\sigma)^2 \Rightarrow p = 0,5$.)

(4 P)

Kernfach Mathematik

Tabelle zur Normalverteilung, Werte der Gaußschen Integralfunktion Φ

z	$\Phi(-z)$	$\Phi(z)$	z	$\Phi(-z)$	$\Phi(z)$	z	$\Phi(-z)$	$\Phi(z)$
0,01	0,4960	0,5040	0,51	0,3050	0,6950	1,01	0,1562	0,8438
0,02	0,4920	0,5080	0,52	0,3015	0,6985	1,02	0,1539	0,8461
0,03	0,4880	0,5120	0,53	0,2981	0,7019	1,03	0,1515	0,8485
0,04	0,4840	0,5160	0,54	0,2946	0,7054	1,04	0,1492	0,8508
0,05	0,4801	0,5199	0,55	0,2912	0,7088	1,05	0,1469	0,8531
0,06	0,4761	0,5239	0,56	0,2877	0,7123	1,06	0,1446	0,8554
0,07	0,4721	0,5279	0,57	0,2843	0,7157	1,07	0,1423	0,8577
0,08	0,4681	0,5319	0,58	0,2810	0,7190	1,08	0,1401	0,8599
0,09	0,4641	0,5359	0,59	0,2776	0,7224	1,09	0,1379	0,8621
0,10	0,4602	0,5398	0,60	0,2743	0,7257	1,10	0,1357	0,8643
0,11	0,4562	0,5438	0,61	0,2709	0,7291	1,11	0,1335	0,8665
0,12	0,4522	0,5478	0,62	0,2676	0,7324	1,12	0,1314	0,8686
0,13	0,4483	0,5517	0,63	0,2643	0,7357	1,13	0,1292	0,8708
0,14	0,4443	0,5557	0,64	0,2611	0,7389	1,14	0,1271	0,8729
0,15	0,4404	0,5596	0,65	0,2578	0,7422	1,15	0,1251	0,8749
0,16	0,4364	0,5636	0,66	0,2546	0,7454	1,16	0,1230	0,8770
0,17	0,4325	0,5675	0,67	0,2514	0,7486	1,17	0,1210	0,8790
0,18	0,4286	0,5714	0,68	0,2483	0,7517	1,18	0,1190	0,8810
0,19	0,4247	0,5753	0,69	0,2451	0,7549	1,19	0,1170	0,8830
0,20	0,4207	0,5793	0,70	0,2420	0,7580	1,20	0,1151	0,8849
0,21	0,4168	0,5832	0,71	0,2389	0,7611	1,21	0,1131	0,8869
0,22	0,4129	0,5871	0,72	0,2358	0,7642	1,22	0,1112	0,8888
0,23	0,4090	0,5910	0,73	0,2327	0,7673	1,23	0,1093	0,8907
0,24	0,4052	0,5948	0,74	0,2296	0,7704	1,24	0,1075	0,8925
0,25	0,4013	0,5987	0,75	0,2266	0,7734	1,25	0,1056	0,8944
0,26	0,3974	0,6026	0,76	0,2236	0,7764	1,26	0,1038	0,8962
0,27	0,3936	0,6064	0,77	0,2206	0,7794	1,27	0,1020	0,8980
0,28	0,3897	0,6103	0,78	0,2177	0,7823	1,28	0,1003	0,8997
0,29	0,3859	0,6141	0,79	0,2148	0,7852	1,29	0,0985	0,9015
0,30	0,3821	0,6179	0,80	0,2119	0,7881	1,30	0,0968	0,9032
0,31	0,3783	0,6217	0,81	0,2090	0,7910	1,31	0,0951	0,9049
0,32	0,3745	0,6255	0,82	0,2061	0,7939	1,32	0,0934	0,9066
0,33	0,3707	0,6293	0,83	0,2033	0,7967	1,33	0,0918	0,9082
0,34	0,3669	0,6331	0,84	0,2005	0,7995	1,34	0,0901	0,9099
0,35	0,3632	0,6368	0,85	0,1977	0,8023	1,35	0,0885	0,9115
0,36	0,3594	0,6406	0,86	0,1949	0,8051	1,36	0,0869	0,9131
0,37	0,3557	0,6443	0,87	0,1922	0,8078	1,37	0,0853	0,9147
0,38	0,3520	0,6480	0,88	0,1894	0,8106	1,38	0,0838	0,9162
0,39	0,3483	0,6517	0,89	0,1867	0,8133	1,39	0,0823	0,9177
0,40	0,3446	0,6554	0,90	0,1841	0,8159	1,40	0,0808	0,9192
0,41	0,3409	0,6591	0,91	0,1814	0,8186	1,41	0,0793	0,9207
0,42	0,3372	0,6628	0,92	0,1788	0,8212	1,42	0,0778	0,9222
0,43	0,3336	0,6664	0,93	0,1762	0,8238	1,43	0,0764	0,9236
0,44	0,3300	0,6700	0,94	0,1736	0,8264	1,44	0,0749	0,9251
0,45	0,3264	0,6736	0,95	0,1711	0,8289	1,45	0,0735	0,9265
0,46	0,3228	0,6772	0,96	0,1685	0,8315	1,46	0,0721	0,9279
0,47	0,3192	0,6808	0,97	0,1660	0,8340	1,47	0,0708	0,9292
0,48	0,3156	0,6844	0,98	0,1635	0,8365	1,48	0,0694	0,9306
0,49	0,3121	0,6879	0,99	0,1611	0,8389	1,49	0,0681	0,9319
0,50	0,3085	0,6915	1,00	0,1587	0,8413	1,50	0,0668	0,9332

Kernfach Mathematik

Tabelle zur Normalverteilung, Werte der Gaußschen Integralfunktion Φ

z	$\Phi(-z)$	$\Phi(z)$	z	$\Phi(-z)$	$\Phi(z)$	z	$\Phi(-z)$	$\Phi(z)$
1,51	0,0655	0,9345	2,01	0,0222	0,9778	2,51	0,0060	0,9940
1,52	0,0643	0,9357	2,02	0,0217	0,9783	2,52	0,0059	0,9941
1,53	0,0630	0,9370	2,03	0,0212	0,9788	2,53	0,0057	0,9943
1,54	0,0618	0,9382	2,04	0,0207	0,9793	2,54	0,0055	0,9945
1,55	0,0606	0,9394	2,05	0,0202	0,9798	2,55	0,0054	0,9946
1,56	0,0594	0,9406	2,06	0,0197	0,9803	2,56	0,0052	0,9948
1,57	0,0582	0,9418	2,07	0,0192	0,9808	2,57	0,0051	0,9949
1,58	0,0571	0,9429	2,08	0,0188	0,9812	2,58	0,0049	0,9951
1,59	0,0559	0,9441	2,09	0,0183	0,9817	2,59	0,0048	0,9952
1,60	0,0548	0,9452	2,10	0,0179	0,9821	2,60	0,0047	0,9953
1,61	0,0537	0,9463	2,11	0,0174	0,9826	2,61	0,0045	0,9955
1,62	0,0526	0,9474	2,12	0,0170	0,9830	2,62	0,0044	0,9956
1,63	0,0516	0,9484	2,13	0,0166	0,9834	2,63	0,0043	0,9957
1,64	0,0505	0,9495	2,14	0,0162	0,9838	2,64	0,0041	0,9959
1,65	0,0495	0,9505	2,15	0,0158	0,9842	2,65	0,0040	0,9960
1,66	0,0485	0,9515	2,16	0,0154	0,9846	2,66	0,0039	0,9961
1,67	0,0475	0,9525	2,17	0,0150	0,9850	2,67	0,0038	0,9962
1,68	0,0465	0,9535	2,18	0,0146	0,9854	2,68	0,0037	0,9963
1,69	0,0455	0,9545	2,19	0,0143	0,9857	2,69	0,0036	0,9964
1,70	0,0446	0,9554	2,20	0,0139	0,9861	2,70	0,0035	0,9965
1,71	0,0436	0,9564	2,21	0,0136	0,9864	2,71	0,0034	0,9966
1,72	0,0427	0,9573	2,22	0,0132	0,9868	2,72	0,0033	0,9967
1,73	0,0418	0,9582	2,23	0,0129	0,9871	2,73	0,0032	0,9968
1,74	0,0409	0,9591	2,24	0,0125	0,9875	2,74	0,0031	0,9969
1,75	0,0401	0,9599	2,25	0,0122	0,9878	2,75	0,0030	0,9970
1,76	0,0392	0,9608	2,26	0,0119	0,9881	2,76	0,0029	0,9971
1,77	0,0384	0,9616	2,27	0,0116	0,9884	2,77	0,0028	0,9972
1,78	0,0375	0,9625	2,28	0,0113	0,9887	2,78	0,0027	0,9973
1,79	0,0367	0,9633	2,29	0,0110	0,9890	2,79	0,0026	0,9974
1,80	0,0359	0,9641	2,30	0,0107	0,9893	2,80	0,0026	0,9974
1,81	0,0351	0,9649	2,31	0,0104	0,9896	2,81	0,0025	0,9975
1,82	0,0344	0,9656	2,32	0,0102	0,9898	2,82	0,0024	0,9976
1,83	0,0336	0,9664	2,33	0,0099	0,9901	2,83	0,0023	0,9977
1,84	0,0329	0,9671	2,34	0,0096	0,9904	2,84	0,0023	0,9977
1,85	0,0322	0,9678	2,35	0,0094	0,9906	2,85	0,0022	0,9978
1,86	0,0314	0,9686	2,36	0,0091	0,9909	2,86	0,0021	0,9979
1,87	0,0307	0,9693	2,37	0,0089	0,9911	2,87	0,0021	0,9979
1,88	0,0301	0,9699	2,38	0,0087	0,9913	2,88	0,0020	0,9980
1,89	0,0294	0,9706	2,39	0,0084	0,9916	2,89	0,0019	0,9981
1,90	0,0287	0,9713	2,40	0,0082	0,9918	2,90	0,0019	0,9981
1,91	0,0281	0,9719	2,41	0,0080	0,9920	2,91	0,0018	0,9982
1,92	0,0274	0,9726	2,42	0,0078	0,9922	2,92	0,0018	0,9982
1,93	0,0268	0,9732	2,43	0,0075	0,9925	2,93	0,0017	0,9983
1,94	0,0262	0,9738	2,44	0,0073	0,9927	2,94	0,0016	0,9984
1,95	0,0256	0,9744	2,45	0,0071	0,9929	2,95	0,0016	0,9984
1,96	0,0250	0,9750	2,46	0,0069	0,9931	2,96	0,0015	0,9985
1,97	0,0244	0,9756	2,47	0,0068	0,9932	2,97	0,0015	0,9985
1,98	0,0239	0,9761	2,48	0,0066	0,9934	2,98	0,0014	0,9986
1,99	0,0233	0,9767	2,49	0,0064	0,9936	2,99	0,0014	0,9986
2,00	0,0228	0,9772	2,50	0,0062	0,9938	3,00	0,0013	0,9987